



CASSER LES FAUSSES CROYANCES À L'AIDE DES PROBABILITÉS

INTRODUCTION

Les jeux de hasard et d'argent séduisent en particulier les adolescents et les jeunes adultes. Alors qu'ils ont des revenus limités, ils les perçoivent comme un moyen rapide et facile de gagner de l'argent.

Mais leur jugement sur leur espérance de gain est bien souvent parsemé de biais et de fausses croyances. Ils veulent voir de l'habileté et des compétences là où il n'y a que du hasard. Ils oublient trop vite la loi implacable des probabilités. De plus, l'être humain a une tendance à plutôt s'attendre à des événements positifs (je vais gagner) qu'à des événements négatifs (je vais perdre).

En travaillant les probabilités à l'aide d'exemples et d'exercices liés aux jeux de hasard et d'argent dans le cours de mathématiques, vous contribuez déjà à prévenir le jeu excessif auprès des jeunes.



OBJECTIF

Cette fiche propose des thèmes et des exercices sur les espérances de gain et les probabilités liées aux jeux d'argent. Différents objectifs sont poursuivis:

- Analyser le taux de redistribution de différents types de jeu.
- Identifier les probabilités de pertes et de gains de certains jeux d'argent.
- Augmenter les compétences des élèves concernant les prises de décision liées au jeu.



PUBLICS CIBLES

Cette fiche est destinée aux enseignant·e·s qui ont la possibilité de traiter ce sujet dans leurs cours de mathématiques.

CHIFFRES CLÉS

192'000 Le nombre de personnes touchées par le jeu excessif en Suisse**

16 L'âge moyen de la première mise

10 Le facteur de multiplication, entre 2014 et 2018, de la part de jeunes au comportement à risque et problématique (0,4 à 4,5%)*

* Addiction Suisse, Panorama suisse des addictions, 2021

** Addiction Suisse, Panorama suisse des addictions, 2020

1. EUROMILLIONS* OU SWISSLOTO**

Calculer la probabilité de gagner le jackpot

Les sommes à gagner aux loteries à numéros laissent rêveuse toute personne qui coche une grille en vue du prochain tirage. Mais les probabilités de gagner le jackpot sont ridiculement faibles. Toutefois, le biais d'optimisme fait souvent que les chances de le gagner sont surestimées. Il peut donc être intéressant de calculer les probabilités réelles de gagner le gros lot, tout comme celles concernant des gains intermédiaires.

EXERCICES

Quelle est la probabilité de gagner le jackpot de l'Euromillions?***

Réponse

$$\mathbb{P} = \frac{\text{\#bulletins tout justes}}{\text{\#bulletins possibles}} = \frac{1}{C_5^{50} \times C_2^{12}} = \frac{1}{139\,838\,160}$$

Quelle est la probabilité de gagner le jackpot du Swissloto?

Réponse

$$\mathbb{P} = \frac{\text{\#bulletins tout justes}}{\text{\#bulletins possibles}} = \frac{1}{C_6^{42} \times C_1^6} = \frac{1}{31\,474\,716}$$

A l'Euromillions, si le joueur obtient 4 numéros et une étoile, il gagnera en moyenne 250.- Mais quelle est la probabilité de décrocher cette combinaison?

Réponse

$$\mathbb{P} = \frac{C_4^5 \times C_1^{45} \times C_2^{12}}{C_5^{50} \times C_2^{12}} = \frac{14\,850}{139\,838\,160}$$

$\approx 0.01\%$ => environ **1 chance sur 10'000**

Au Swissloto, si le joueur obtient 4 numéros et le numéro chance, il gagnera en moyenne 150.- Mais quelle est la probabilité de décrocher cette combinaison?

Réponse

$$\mathbb{P} = \frac{C_4^6 \times C_1^{44} \times C_1^6}{C_6^{42} \times C_1^6} = \frac{7\,920}{31\,474\,716}$$

$\approx 0.01\%$ => environ **1 chance sur 4'000**

Est-ce que jouer les numéros 1, 2, 3, 4, 5, 6 au Swissloto donne moins de chance de gagner que jouer les numéros 7, 13, 21, 32, 39, 45?

Réponse

Dans les deux cas, la probabilité sera de

$$\mathbb{P} = \frac{1}{C_6^{42} \times C_1^6} = \frac{1}{31\,474\,716}$$

Quelle est la probabilité d'avoir au moins un numéro ou une étoile de juste à l'Euromillions?

Réponse

$$\mathbb{P} = 1 - \mathbb{P} \text{ rien de juste} = 1 - \frac{C_5^{45} \times C_2^{10}}{C_5^{50} \times C_2^{12}} = 1 - \frac{59\,979\,155}{139\,838\,160}$$

$\approx 60,6\%$ => Il y a plus de chance d'avoir un élément de juste que rien du tout. C'est pourquoi les joueuses et joueurs ne sont rétribué-e-s substantiellement qu'à partir de deux numéros gagnants cochés.

* Quelques probabilités pour comparaison :

1 chance sur 1461 d'être né un 29 février

1 chance sur 13 millions d'avoir des quadruplés monozygotes

1 chance sur 134'217'728 de lancer une pièce sur pile 27 fois de suite.

1 chance sur 46'000'000'000 d'avoir le même ADN qu'une autre personne sans lien de parenté

* **Définition:** L'Euromillions est une loterie internationale lancée en 2004 regroupant neuf pays européens, dont la Suisse. Chaque mardi et vendredi, un tirage est effectué. La joueuse ou le joueur doit choisir 5 numéros entre 1 et 50, et 2 étoiles entre 1 et 12. Pour gagner le jackpot, il faut obtenir les 5 bons numéros ainsi que les 2 bonnes étoiles.

** **Définition:** Le Swissloto est une loterie suisse. Chaque mercredi et samedi, un tirage est effectué. La joueuse ou le joueur doit choisir 6 numéros entre 1 et 42, et 1 numéro chance entre 1 et 6. Pour gagner le jackpot, il faut obtenir les 6 bons numéros ainsi que le bon numéro chance.

*** **Définition:** $C_k^n = \frac{n!}{k! \times (n-k)!}$

2. BILLETS À GRATTER

Travailler sur la redistribution des billets à gratter

La Loterie Romande fournit, pour chaque type de billet à gratter, un plan de lots. Le tableau ci-dessous illustre le plan pour les billets de Tribolo, dont le coût s'élève à 2 francs par billet.

Plan de lots du billet Tribolo pour une tranche de 500'000 billets à 2.-		
Nombre de billets gagnants	Gain par billet en CHF	Montant total en CHF
1	20'000	20'000
1	10'000	10'000
2	5'000	10'000
10	1'000	10'000
12	500	6'000
50	200	10'000
470	100	47'000
1'500	50	75'000
2'000	20	40'000
5'000	10	50'000
7'000	6	42'000
35'000	4	140'000
75'000	2	150'000
126'046		610'000

Ce tableau est issu des plans de lots publiés sur le site de la [Loterie Romande](#)

EXERCICES

Demander aux élèves, en se basant sur le plan de lots des billets de Tribolo (tableau ci-contre):

Pour une tranche d'émission de 500'000 billets:

- Quelle est la différence entre la somme jouée et le montant redistribué aux joueuses et joueurs?

Réponse:

$$(500'000 \times 2) - (20'000 + 10'000 + \dots + 150'000) = 390'000 \text{ CHF qui restent hors du circuit.}$$

- Combien y a-t-il de billets gagnants?

Réponse: 126'046 billets

- Quel pourcentage cela représente-t-il?

Réponse:

$$\frac{126'046}{500'000} \times 100 = 25,21\%$$

ou 3 chances sur 4 d'acheter un billet perdant.

3. MACHINES À SOUS

Travailler sur le taux de redistribution des machines à sous

Les machines à sous de casino sont programmées pour redistribuer théoriquement entre 85% et 95% des mises. Chaque tirage est indépendant.

EXERCICES

Demander aux élèves d'expliquer mathématiquement pourquoi plus une personne joue longtemps à une machine à sous, plus elle risque de perdre de l'argent. Prenez un exemple et servez-vous du taux théorique de redistribution.

Réponse: Si un joueur insère par exemple 100.- dans une machine qui a un taux de redistribution de 90% et qu'il les joue, il devrait théoriquement, à la fin, avoir gagné 90.-. S'il les rejoue, il devrait, à la fin, avoir gagné 90% de 90.- soit 81.- et ainsi de suite.

4. ROULETTE

Calculer le taux de redistribution théorique de la roulette

La roulette anglaise (37 numéros) est un jeu emblématique du casino. Certaines personnes ont passé une bonne partie de leur vie à tenter de mettre au point une tactique de jeu, appelée communément «martingale****», pour s'assurer des gains à long terme. En vain, hormis pour les tricheurs. Car seul le casino peut gagner, sur le long terme. Il peut donc être intéressant de démontrer cela, à l'aide des probabilités.

EXERCICES

Quel est le taux de redistribution théorique lorsqu'un joueur mise sur rouge ou noir, et quel est-il lorsqu'il mise sur un numéro plein*****?

Réponse rouge/noir

$$\mathbb{P} = 2 \times \frac{\text{\#des numéros noirs}}{\text{\#de tous les numéros}} + 0.5 \times \frac{\text{\#du 0}}{\text{\#de tous les numéros}} = 2 \times \frac{18}{37} + 0.5 \times \frac{1}{37} = 0,973 + 0,0135$$

Le taux de redistribution théorique est de 98,65%.

Réponse numéro plein

$$\mathbb{P} = \frac{\text{\#du numéro misé}}{\text{\#de tous les numéros}} = 36 \times \frac{1}{37} = 0,973$$

Le taux de redistribution théorique est de 97,3%.

Quel que soit le cas de figure, le casino ne peut que gagner.

EXERCICES

Un joueur décide de faire une petite martingale à la roulette en misant sur rouge. Sa mise de base est de 5.-. Si le rouge sort, il empoche 5.- et laisse sa mise de 5.- sur le tapis. Si le noir sort, il double sa mise sur rouge pour le prochain tirage (10.-), et ainsi de suite jusqu'à ce que le rouge sorte. Il remettra alors sa mise initiale de 5.- et continuera de jouer toujours selon ce même schéma (par souci de simplification, le 0 n'est pas pris en compte). Sachant que le casino dans lequel se trouve le joueur plafonne les mises à la roulette à 1200.-, à partir de quand la méthode ne fonctionnera-t-elle plus? Quelle est la probabilité que cet événement se réalise?

Réponse plafond dépassé: $2^{n-1} > 1200/5 \Rightarrow \log_2(2^{n-1}) > \log_2(240) = n-1 > 7,91 = n > 8,91$. Dès la 9^e mise ($5 \times 2^{9-1} = 1'280.-$), la joueuse ou le joueur dépasse la limite admise.

Réponse probabilité de l'événement: $P(9 \times \text{non-rouge}) = (19/37)^9 \approx 0,00248294 \approx 0,25\%$. Il y a une chance sur 400 que cet événement se réalise.

* Plusieurs vidéos de la fiche consacrée aux vidéos traitant des jeux d'argent peuvent être très intéressantes en complément de ces exercices.

Proposition de discussion à la suite d'un exercice avec les élèves

- Est-ce que leur vision sur les jeux d'argent a évolué?
- Pourquoi joue-t-on, alors que les probabilités sont systématiquement en notre défaveur?
- Que peut-on faire lorsqu'une personne a un problème de jeu? Voir à ce propos sos-jeu.ch

**** **Définition:** Une martingale est une technique qui a pour but d'obtenir des gains aux jeux de hasard et d'argent tout en restant en conformité avec les règles du jeu. La martingale la plus classique est de miser toujours la même somme sur rouge ou noir à la roulette. En cas de gain, le joueur l'empoche et rejoue sa mise initiale. En cas de perte, il double sa mise, et ainsi de suite jusqu'à obtenir un gain et rejouer alors sa mise initiale. Tous les jeux classiques sont construits de telle sorte que les martingales ne fonctionnent pas. A la roulette, certains casinos imposent un plafond de mise (pas plus de 2500.- par exemple).

***** **Définition:** La roulette anglaise est un cylindre comportant 37 numéros (de couleur rouge ou noire). Ces numéros sont reproduits sur un tapis de jeu sur lequel les joueuses et les joueurs placeront leurs mises. A côté de ces numéros, plusieurs cases permettent de faire des mises sur des événements liés aux numéros. Il y a notamment la possibilité de miser sur la couleur du numéro qui va sortir (18 numéros rouges ou 18 numéros noirs). Le 0 n'a pas de couleur. Si la joueuse ou le joueur mise sur un numéro plein (par exemple 5.- sur le 17) et que celui-ci sort, elle ou il gagnera 36 fois sa mise. Si la mise est faite sur rouge et que le rouge sort, elle ou il gagnera 2 fois sa mise; si le 0 sort, elle ou il récupérera la moitié de sa mise placée sur rouge (mais rien si la mise était sur un autre numéro plein).